Prof. Dr. Alfred Toth

Einbettungstheoretische Semiotik

1. Im Anschluß an Toth (2015a-c) definieren wir im folgenden eine Semiotik, welche im Gegensatz zu derjenigen von Peirce und Bense über eingebettete Zeichenzahlen verfügt (vgl. Toth 2014). Sie enthält die peirce-bensesche Semiotik, geht aber weit über sie hinaus.

2.1. Definition der Zeichenrelation

$Z = [(1, 2, 3), E]$,

darin E der Einbettungsoperator ist mit

$E(1) = [1]$

$E(2) = [2]$

$E(3) = [3]$

2.2. Jede dyadische Subrelation der Form $S = [x.y]$ (mit, $x, y \in \{1, 2, 3\}$) läßt sich durch Anwendung von E in vier möglichen Formen notieren

$[x, [y]] \qquad [[y], x]$

$[[x], y] \qquad [y, [x]]$.

Damit steht der paarweisen Ungleichung nicht-eingebetteter Subrelationen

$[x.y] \neq [y.x]$

das Quadrupel von Ungleichungen

$$\begin{array}{ccc} [x, [y]] & \neq & [[y], x] \\ \neq & & \neq \\ [[x], y] & \neq & [y, [x]] \end{array}$$

gegenüber.

2.3. Das vollständige System semiotischer Subrelationen

[1, [1]]	[[1], 1]	[1, [2]]	[[2], 1]	[1, [3]]	[[3], 1]
[[1], 1]	[1, [1]]	[[2], 1]	[1, [2]]	[[3], 1]	[1, [3]]
[2, [1]]	[[2], 1]	[2, [2]]	[[2], 2]	[2, [3]]	[[3], 2]
[[2], 1]	[1, [2]]	[[2], 2]	[2, [2]]	[[3], 2]	[2, [3]]
[3, [1]]	[[1], 3]	[3, [2]]	[[2], 3]	[3, [3]]	[[3], 3]
[[3], 1]	[1, [3]]	[[2], 3]	[3, [2]]	[[3], 3]	[3, [3]]

3. Die triadische Relation der Form Z = [x, y, z] kann auf 4 Einbettungsstufen erscheinen.

3.1. 0 Einbettungsstufen

Z = [1, 2, 3]	Z = [2, 1, 3]	Z = [3, 1, 2]
Z = [1, 3, 2]	Z = [2, 3, 1]	Z = [3, 2, 1]

3.2. 1 Einbettungsstufe

Z = [1, 2, [3]]	Z = [2, 1, [3]]	Z = [3, 1, [2]]
Z = [1, 3, [2]]	Z = [2, 3, [1]]	Z = [3, 2, [1]]
Z = [1, [2], 3]	Z = [2, [1], 3]	Z = [3, [1], 2]
Z = [1, [3], 2]	Z = [2, [3], 1]	Z = [3, [2], 1]
Z = [[1], 2, 3]	Z = [[2], 1, 3]	Z = [[3], 1, 2]
Z = [[1], 3, 2]	Z = [[2], 3, 1]	Z = [[3], 2, 1]

Z = [[1, 2, 3]]　　　　Z = [[2, 1, 3]]　　　　Z = [[3, 1, 2]]

Z = [[1, 3, 2]]　　　　Z = [[2, 3, 1]]　　　　Z = [[3, 2, 1]]

3.3. 2 Einbettungsstufen

Z = [1, [2, 3]]　　　　Z = [2, [1, 3]]　　　　Z = [3, [1, 2]]

Z = [1, [3, 2]]　　　　Z = [2, [3, 1]]　　　　Z = [3, [2, 1]]

Z = [[1], 2, [3]]　　　　Z = [[2], 1, [3]]　　　　Z = [[3], 1, [2]]

Z = [[1], 3, [2]]　　　　Z = [[2], 3, [1]]　　　　Z = [[3], 2, [1]]

Z = [[1, 2], 3]　　　　Z = [[2, 1], 3]　　　　Z = [[3, 1], 2]

Z = [[1, 3], 2]　　　　Z = [[2, 3], 1]　　　　Z = [[3, 2], 1]

3.4. 3 Einbettungsstufen

Z = [1, [2, [3]]]　　　　Z = [2, [1, [3]]]　　　　Z = [3, [1, [2]]]

Z = [1, [3, [2]]]　　　　Z = [2, [3, [1]]]　　　　Z = [3, [2, [1]]]

Z = [[[1], 2], 3]　　　　Z = [[[2], 1], 3]　　　　Z = [[[3], 1], 2]

Z = [[[1], 3], 2]　　　　Z = [[[2], 3], 1]　　　　Z = [[[3], 2], 1]

Weitere Einbettungsstufen setzen die Iteration von E → {E^2, ..., E^n} voraus, dann erhält man eingebettete Zeichenrelation wie z.B. Z = [[[1], 2], 3], [1, [[2], [[3]]], [[[2], [3]], 1], usw. Ferner kann man iterierte Einbettungsstufen natürlich miteinander kombinieren. Dadurch wird die einbettungstheoretische Semiotik zu einem System von kaum vorstellbarer Komplexität.

4. Operatoren

Für die nicht-einbettungstheoretische Semiotik gelten seit Beckmann (1976) die verbandstheoretische Vereinigung $\sqcup$ und der Durchschnitt $\sqcap$ anstelle der Peano-Addition und –Subtraktion. Sie gilt selbstverständlich darüber hinaus für alle Zeichenrelationen der gleichen Einbettungsstufe.

4.1. Addition von Subrelationen

[1, [2] + [1, [3]] = [1, [3]]

[[2], 1] + [[3], 1] = [[3], 1]

[[1], 2] + [[2], 1] = [[2], 1]]

[2, [1]] + [3, [1]] = [3, [1]]

4.2. Subtraktion von Subrelationen

[1, [3] – [1, [2]] = [1, [2]]

[[3], 1] – [[2], 1] = [[2], 1]

[[1], 3] – [[1], 2] = [[1], 2]]

[3, [1]] – [2, [1]] = [2, [1]]

4.3. Dagegen können Subrelationen ungleicher Einbettungsstufen nicht addiert bzw. subtrahiert werden.

[1, [2]] + [[2], 1] = [(1 + [2]), ([2] + 1)]

[1, [2]] + [[1], 2] = [(1 + [1]), ([2] + 2)]

[1, [2]] + [2, [1]] = [(1 + 2), ([2] + [1])], usw.

[1, [2]] – [[2], 1] = [(1 – [2]), ([2] – 1)]

[1, [2]] – [[1], 2] = [(1 – [1]), ([2] – 2)]

[1, [2]] – [2, [1]] = [(1 – 2), ([2] – [1])], usw., d.h. statt Addition (Vereinigung) bzw. Subtraktion (Durchschnitt) tritt hier eine neue Operation ein, die wir Determination nennen können, insofern jedes Paar der Form [[x.y], E] durch die beiden möglichen Fälle

$$[[x.y], E] \pm [[z.w], E] = [[[x.y], E] \leftarrow [[z.w], E]]$$

$$[[x.y], E] \pm [[z.w], E] = [[[x.y], E] \rightarrow [[z.w], E]]$$

darstellbar ist.

Literatur

Beckmann, Peter, Verbandstheoretische Darstellung der Subzeichen und Zeichenklassen. In: Semiosis 2, 1976, S 31-35

Toth, Alfred, Einbettungsoperatoren. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2014

Toth, Alfred, Paarzahlen und Quadrupelzahlen. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2015a

Toth, Alfred, Zeichen und Einbettungsstufen. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2015b

Toth, Alfred, Zu einer Arithmetik eingebetteter semiotischer Relationen. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2015c

25.3.2015